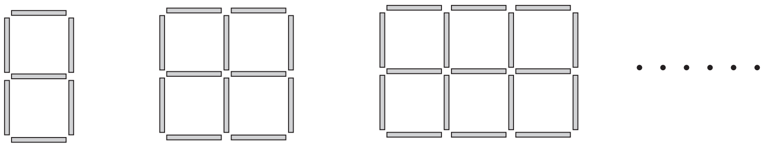
第４講　図形の規則性

Step 1

1　次の図のように，同じ長さの棒を並べて，1 番目，2 番目，3 番目と図形をつくった。この並べ方にしたがい，4 番目以降の図形をつくるとき，下のア，イに答えなさい。

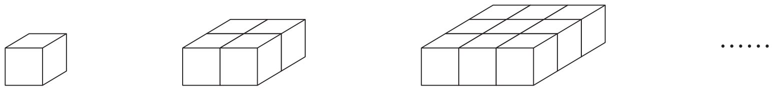


ア　5 番目の図形をつくるときに必要な棒の本数を求めなさい。

イ　n 番目の図形をつくるときに必要な棒の本数を n を用いて表しなさい。

【青森県】

2　下の図のように，1 辺の長さが 1 cm の立方体をすき間なく並べて，n 番目は底面が 1 辺 n cm の正方形となるように立体を作っていく。このとき，次の問いに答えよ。



(1)　4 番目の立体の表面積を求めよ。

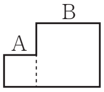
(2)　n 番目の立体の表面積を n を用いて表せ。

【福井県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

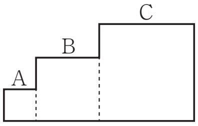
Step　2

3　１辺の長さが１cm の正方形Ａと，１辺の長さが２cm の正方形Ｂと，１辺の長さが３cm の正方形Ｃがある。これらを何個か使って横１列に並べていき，そのときにできる図形の周囲の長さについて考える。例えば，正方形Ａを１個，正方形Ｂを１個使って，右の図１のように並べたときにできる図形の周囲の長さは，10cm である。

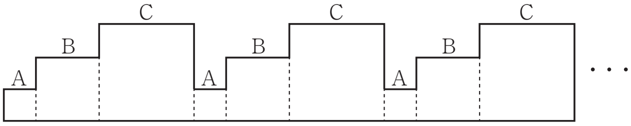
図１


このとき，次の問いに答えなさい。

1　右の図２のように，正方形Ａ，Ｂ，Ｃを１個ずつ並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

図２


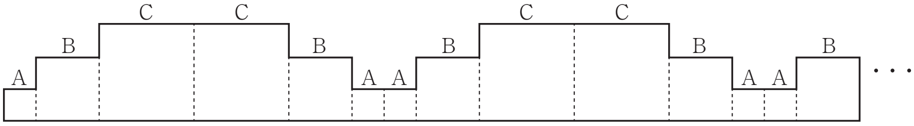
2　下の図３のように，図２の図形を横１列に並べていくとき，

図３


(1)　図２の図形を４個並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

(2)　図２の図形を n 個並べたときにできる図形の周囲の長さを，n を使って表せ。

3　下の図４のように，正方形Ａ，Ｂ，Ｃを，左からＡ，Ｂ，Ｃ，Ｃ，Ｂ，Ａ，Ａ，Ｂ，Ｃ，Ｃ，Ｂ，Ａ，Ａ，Ｂ，…の順に並べていく。ちょうど10個目のＢを並べたときにできる図形の周囲の長さを求めよ。

図４


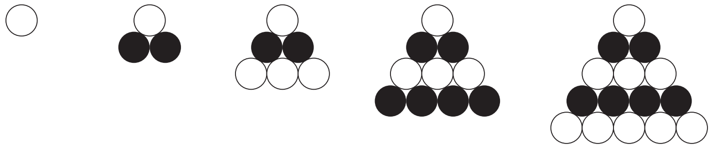
【愛媛県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

Step　3

4　図のように，同じ大きさの白と黒の石を，一定の規則にしたがい，段を分けて並べて，三角形状の図形をつくっていく。1 番目，2 番目，3 番目，4 番目，5 番目，…の図形をつくるときに使う石の数は，表の通りである。(1)～(3)に答えなさい。

図



表

	1 番目	2 番目	3 番目	4 番目	5 番目	…
白石の個数	1	1	4	4	9	…
黒石の個数	0	2	2	6	6	…
石の総数	1	3	6	10	15	…

(1)　7 番目の図形をつくるのに使う石の総数を求めなさい。

(2)　表の黒石の個数がはじめて 90 となるのは何番目の図形か，求めなさい。

(3)　101 番目の図形をつくるのに使う白石の個数を求めなさい。

【島根県】

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

〈 ***Note*** 〉

本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。

第4講　図形の規則性

Step 1

1 ア．27（本）　イ．$5n + 2$（本）

≪解説≫

ア．前の図形に横3本，縦2本のあわせて5本の棒を加えると次の図形になる。1番目の図形に使われている棒は7本なので，5番目の図形をつくるには，1番目の図形に，$5 \times (5 - 1) = 20$（本）の棒を加えればよい。よって，必要な棒の本数は，$7 + 20 = 27$（本）

イ．アと同様に考えると，n番目の図形をつくるには，1番目の図形に$5(n - 1)$本の棒を加えればよい。よって，必要な棒の本数は，$7 + 5(n - 1) = 5n + 2$（本）

2 (1) 48（cm^2）　(2) $2n^2 + 4n$（cm^2）

≪解説≫

(1) 底面が1辺4cmの正方形で，高さが1cmの直方体になるから，底面積は，$4 \times 4 = 16$（cm^2），側面積は，$(1 \times 4) \times 4 = 16$（$cm^2$）　よって，表面積は，$16 \times 2 + 16 = 48$（$cm^2$）

(2) 底面が1辺$n$cmの正方形で，側面が，たて1cm，横$n$cmの長方形だから，底面積は，$n \times n = n^2$（cm^2），側面積は，$(1 \times n) \times 4 = 4n$（$cm^2$）　よって，表面積は，$n^2 \times 2 + 4n = 2n^2 + 4n$（$cm^2$）

Step 2

3 1．18（cm）　2．(1) 66（cm）　(2) $16n + 2$（cm）　3．140（cm）

≪解説≫

1．図2の図形の横の長さの和は，$6 \times 2 = 12$（cm）　図2の図形のたての長さの和は，$3 \times 2 = 6$（cm）　これらを合わせると，$12 + 6 = 18$（cm）

2．(1) 図2の図形を2個つなげたとき周囲の長さの和は，16cm増えるので，$18 + 16 = 34$（cm）　以後，図形を1つ増やすと同様に16cmずつ周囲の長さは増えるので，図形4個の周囲の長さの和は，$18 + 16 \times 3 = 66$（cm）　(2) (1)と同じように考えると，$18 + 16 \times (n - 1) = 16n + 2$（cm）

3．（A，B，C，C，B，A）の6個ずつに区切って考えると，（A，B，C，C，B，A）の図形1個にはBが2個使われているので，10個目のBを並べたときにできる図形は，（A，B，C，C，B，A）の図形が4個と（A，B，C，C，B）の図形が1個となる。ここで，（A，B，C，C，B，A）の左端のAの左側の一辺と，右端のAの右側の一辺を抜い

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製・転載を禁止します。

た長さを考えると，$12 \times 2 + 4 = 28$ (cm)　また，最後の（A，B，C，C，B）の左端のＡの左側の一辺を抜いた長さを考えると，$11 \times 2 + 5 = 27$ (cm)　図形全体の左端のＡの左側の一辺を考えて周囲の長さの和を求めると，$1 + 28 \times 4 + 27 = 140$ (cm)

Step　3

4　⑴ 28 (個)　⑵ 18 (番目)　⑶ 2601 (個)

≪解説≫

⑴ 7番目の図形の石の総数は，$1 + 2 + 3 + 4 + 5 + 6 + 7 = 28$ (個)

⑵ 2，4，6番目など偶数番目に注目すると，黒石の個数は2，6，12，…となり，三角数1，3，6…の2倍になっていることがわかる。ここで，$1 + 2 + \cdots + 9 = 45$ だから45は9番目の三角数，つまり，$45 \times 2 = 90$ は，$9 \times 2 = 18$ (番目)に登場する。

⑶ 101番目の白石の個数は102番目と等しい。ここで，2，4，6番目など偶数番目に注目すると，白石の個数は1，4，9，…となり，四角数になっていることがわかる。つまり，$102 \div 2 = 51$ (番目)の四角数を求めればよい。よって，$51^2 = 2601$ (個)

©RECRUIT HOLDINGS
本サービスに関する知的財産権その他一切の権利は著作権者に帰属します。
また本サービスに掲載の全部または一部につき無断複製･転載を禁止します。